

Wiederholung: Elektronische Bauteile

Mittels Dünnschichttechnologie können folgende elektronische Bauteile realisiert werden:

+ Leiterbahnen



+ Dünnschichtwiderstände



+ Kondensatoren



+ Dioden



+ Transistoren



+ MOSFETS



Wiederholung: Theorie der Leitfähigkeit

Drude-Theorie:

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{2m_e} \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}$$

j = Stromdichte

E = E-Feld

σ = Leitfähigkeit

n = Ladungsträgerzahl

e = Elementarladung

m_e = Elektronenmasse

τ = mittlere Stosszeit

Der zentrale Punkt der Drude-Theorie ist die

Mittlere Stosszeit τ

Wiederholung: Leitfähigkeit/Transporttheorie

Für eine mathematisch korrekte und auch quantenmechanisch haltbare Berechnung der Leitfähigkeit von Festkörpern bzw. dünnen Schichten muss die **Boltzmann'sche Transporttheorie** angewendet werden.

Wiederholung: Leitfähigkeit und Stromdichte

Generelle Vorgangsweise zur Berechnung der Leitfähigkeit von Metallen:

Ausgangspunkt: Stromdichte

$$\vec{j}_e = -ne\vec{v} = -e\vec{v} \int_N \frac{dn}{V} = -e\vec{v} \frac{N}{V} = -ne\vec{v}$$

$$dn = 2 \cdot f_0(E) \cdot d\Phi$$

$$f_0(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_f/k_B T)}}$$

$$d\Phi = \frac{d^3x d^3p}{h^3}$$

2

Fermi-Verteilung

Phasenraumvolumen,
Anzahl der Zustände im
Phasenraumvolumenelement $d^3x d^3p$
Spin-Zahl

Wiederholung: Die Boltzmann-Gleichung

Beschreibung der Änderung von f durch Stöße

$$\frac{df(\vec{r}, \vec{v}, t)}{dt} = \left(\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \right)_{\text{coll}}$$

Formulierung für geladene Teilchen

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} + \vec{\nabla}_r f \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_v + \vec{\nabla}_v f \underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt}}_{a=\vec{F}/m=-\frac{e\vec{E}}{m}} = \left(\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \right)_{\text{coll}}$$

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} + \vec{v} \vec{\nabla}_r f - \frac{e\vec{E}}{m} \vec{\nabla}_v f = \left(\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \right)_{\text{coll}}$$

Wiederholung: Drude-Modell/Transporttheorie

Drude:

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{2m_e} \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Boltzmann:

$$\vec{j} = \frac{8\pi e^2 \tau m_e^2 v_f^3}{3h^3} \vec{E} = \sigma \vec{E}$$

$$n = \frac{1}{V} \int dn =$$

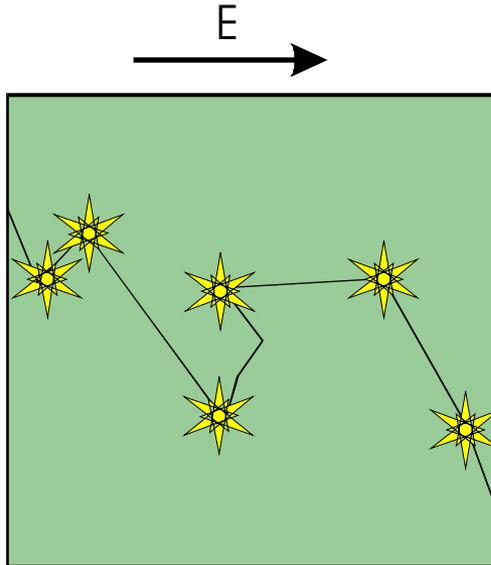
$$= \frac{1}{V} \int_{\vec{R}, \vec{v}} 2f_0 \left(\frac{m}{h} \right)^3 d^3x d^3v = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{v_f m}{h} \right)^3$$

$$\mathbf{j}_{Drude} = \mathbf{1/2 j}_{Boltzmann}$$

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m_e} \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}$$

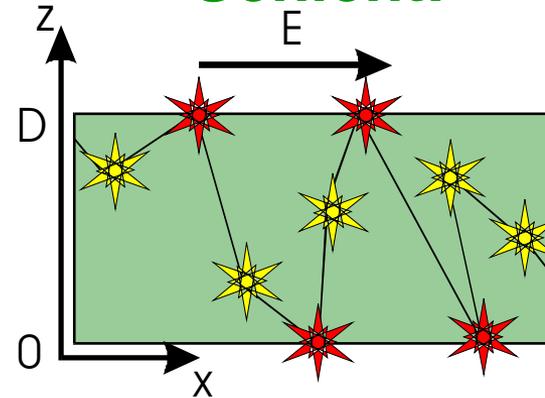
Wiederholung: dünne Schichten

Bulk:



$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_G} + \frac{1}{\tau_K} + \frac{1}{\tau_V}$$

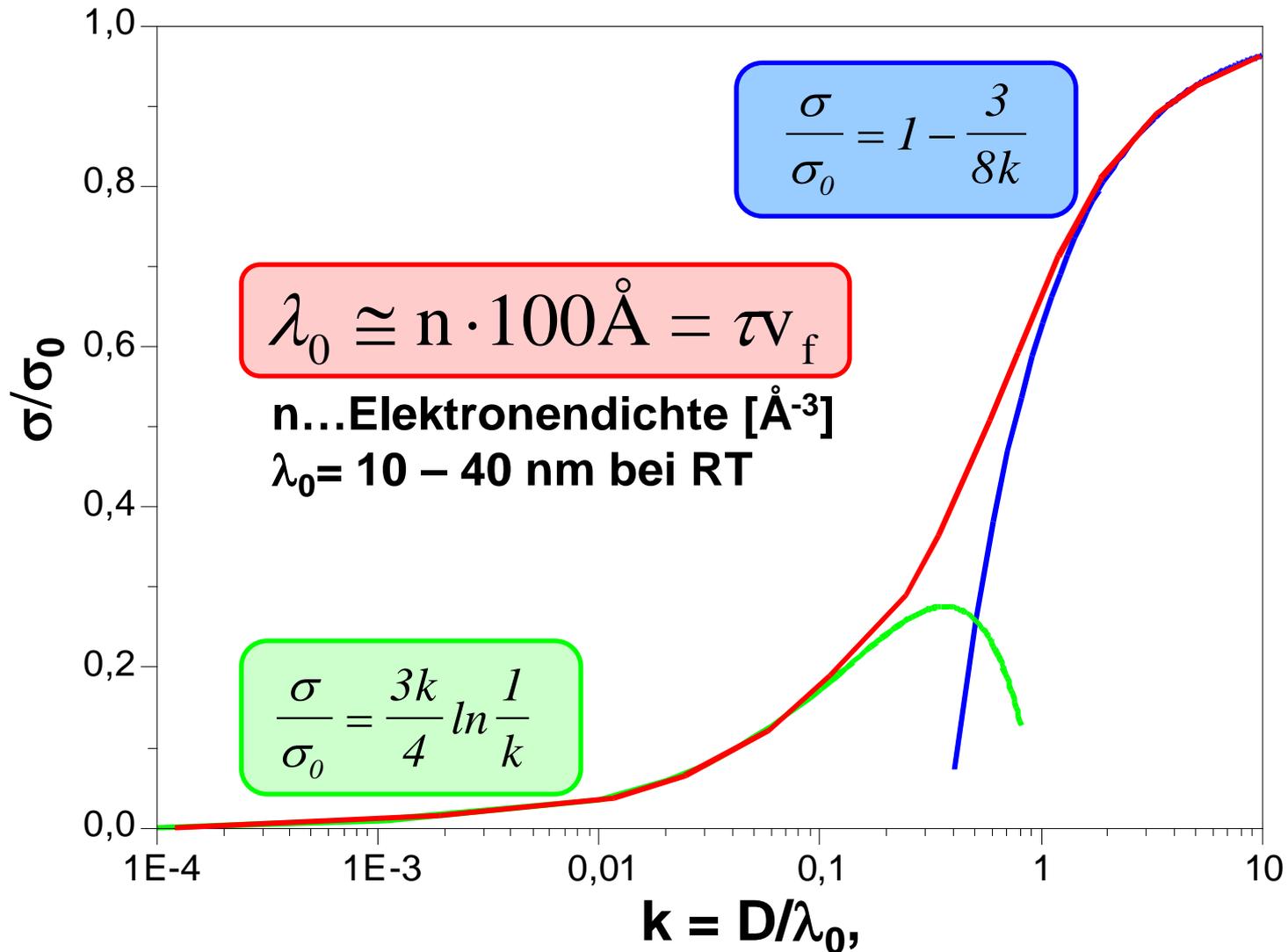
Schicht:



$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_G} + \frac{1}{\tau_K} + \frac{1}{\tau_V} + \frac{1}{\tau_I}$$

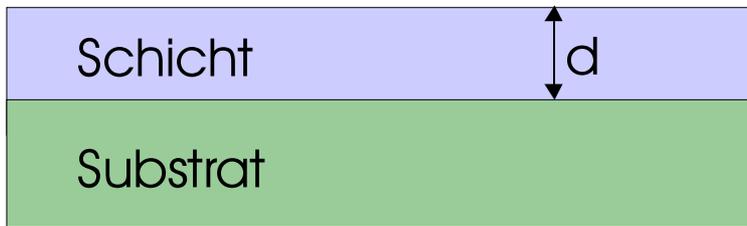
Die Grenzflächen bei $z=0$ und $z=D$ stellen zusätzliche Elektronenstreuungszentren dar!

Wiederholung: Leitfähigkeitsnäherungen

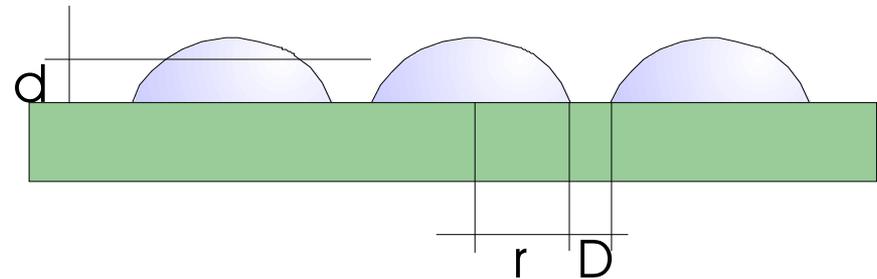


Wiederholung: reale Dünnschichtsysteme

Ideal:



Real:



Experiment:

$$\sigma_{\text{dis}} \ll \sigma_{\text{kont}}$$

$$\sigma \propto e^{-A/k_B T}$$

$$\sigma = \sigma(E)$$

$$\sigma = \sigma(r, D)$$

Begründung:

Diskontinuität

Thermische Emission

Feldemission

Tunneleffekt

Optische Eigenschaften

Grundlagen:

Die optischen Eigenschaften von Materialien resultieren aus der Reaktion des elektronischen Systems auf elektromagnetische Wechselfelder

Statisch:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Dynamisch:

Allgemein:

$$\ddot{\vec{u}} + \Gamma \dot{\vec{u}} + \omega_0^2 \vec{u} = \frac{Q}{m} \vec{E}(\vec{u}, t)$$

Senkrechte, ebene Welle, $z=0$:

$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{e}{m} E_0 \exp(i\omega t)$$

Dielektrische Funktion

Die **dielektrische Funktion** ε beschreibt die "Antwort" (Response) eines Systems von Elektronen der **Dichten** n_n mit den **Eigenfrequenzen** ω_{0n} und den **Dämpfungsfaktoren** Γ_n auf ein einfallendes Signal:

Senkrecht einfallende, ebene Welle:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left[1 + \chi(\omega) \right] = 1 + \frac{e^2}{m} \cdot \sum_n \frac{n_n}{\omega_{0n}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_n}$$

$\chi(\omega)$...elektrische Suszeptibilität

Dielektrische Funktion und Leitfähigkeit

Es existiert ein **Zusammenhang zwischen dielektrischer Funktion und Leitfähigkeit**, welcher eine Unterscheidung zwischen Metallen und Isolatoren bei verschwindenden Frequenzen ω erlaubt:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 + \frac{i\sigma(\omega)}{\omega}$$

$\omega \rightarrow 0$:

Metalle:

$\sigma(\omega)$ ist endlich $\rightarrow \varepsilon(\omega)$ divergiert

Isolatoren:

$\sigma(\omega)$ verschwindet $\rightarrow \varepsilon(\omega)$ bleibt endlich

Bei hohen Frequenzen ω verhalten sich Metalle und Isolatoren gleich!

Dielektrische Funktion und Brechungsindex

Mit Hilfe der dielektrischen Funktion kann der **Brechungsindex** eines Materials als Summe eines reellen und eines imaginären Anteiles formuliert werden.

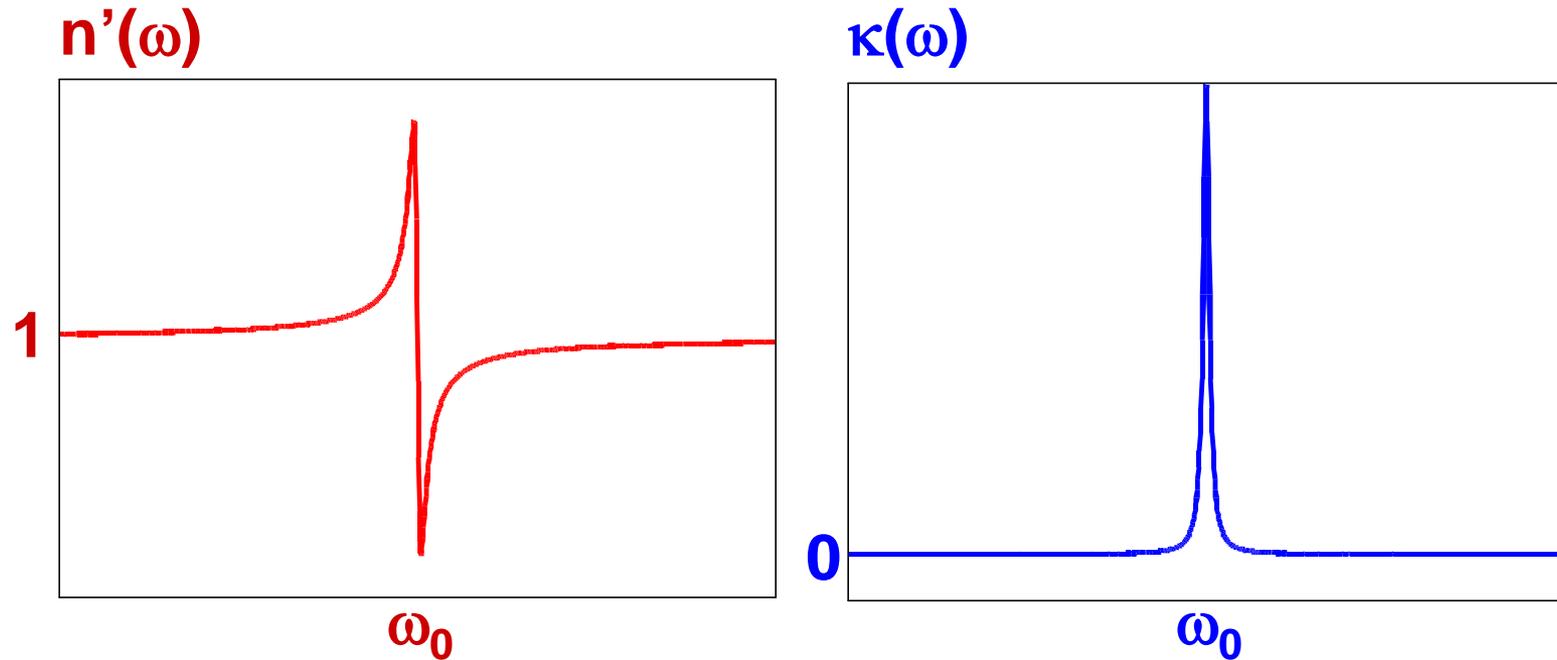
Für eine Atomsorte gilt:

$$n(\omega) = n'(\omega) + i\kappa(\omega)$$

$$n'(\omega) = 1 + \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$$

$$\kappa(\omega) = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega \Gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \Gamma^2}$$

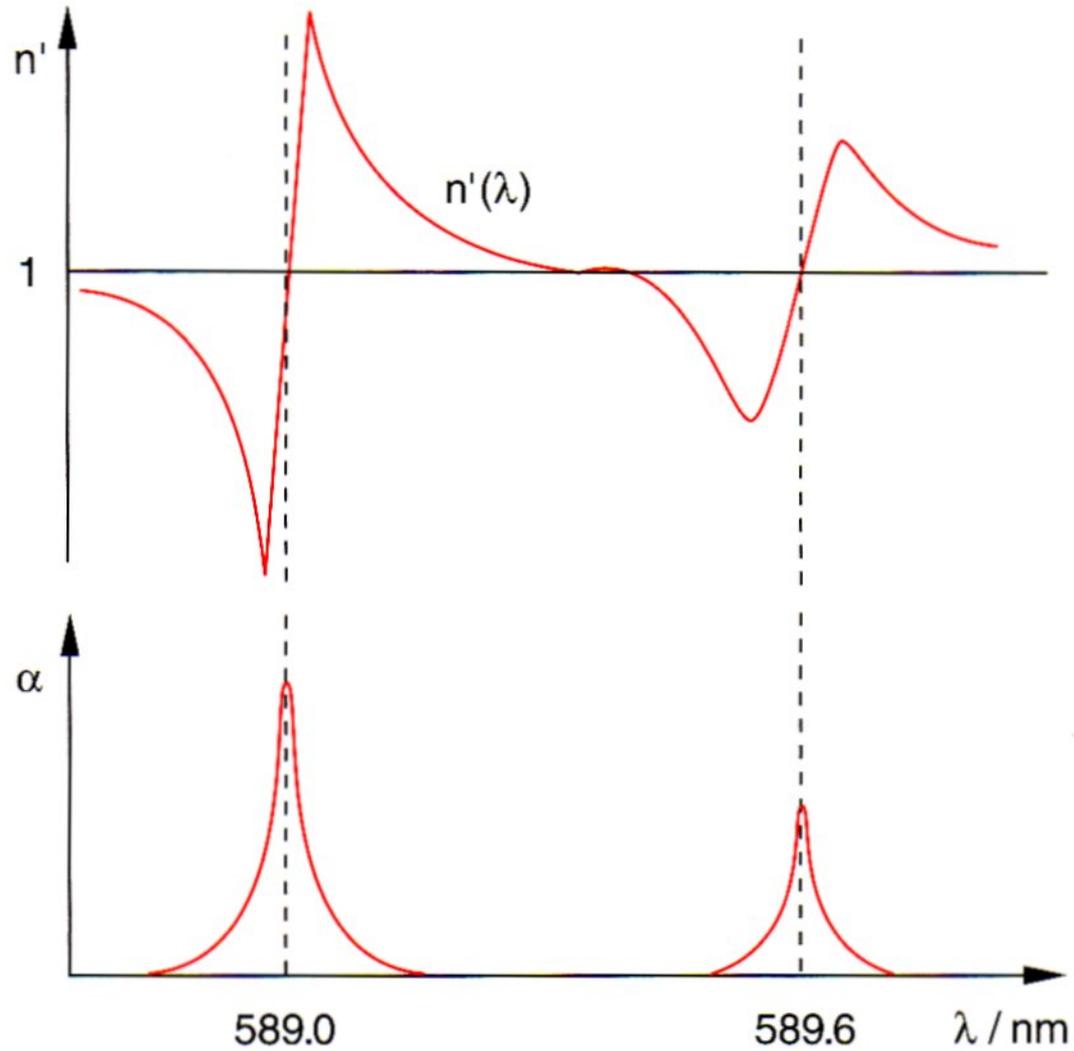
Realer und imaginärer Brechungsindex



Der Realteil des Brechungsindex entspricht der Brechzahl n , wie sie im Snellius'schen Brechungsgesetz auftritt

Der Imaginärteil entspricht der Energieabsorption im Medium

Beispiel: Na-Doppellinie



Optik – frequenzunabhängige Brechung

Allgemein gilt in der Optik folgender Erhaltungssatz:

$$T + R + A + S = 1$$

T ... Transmission

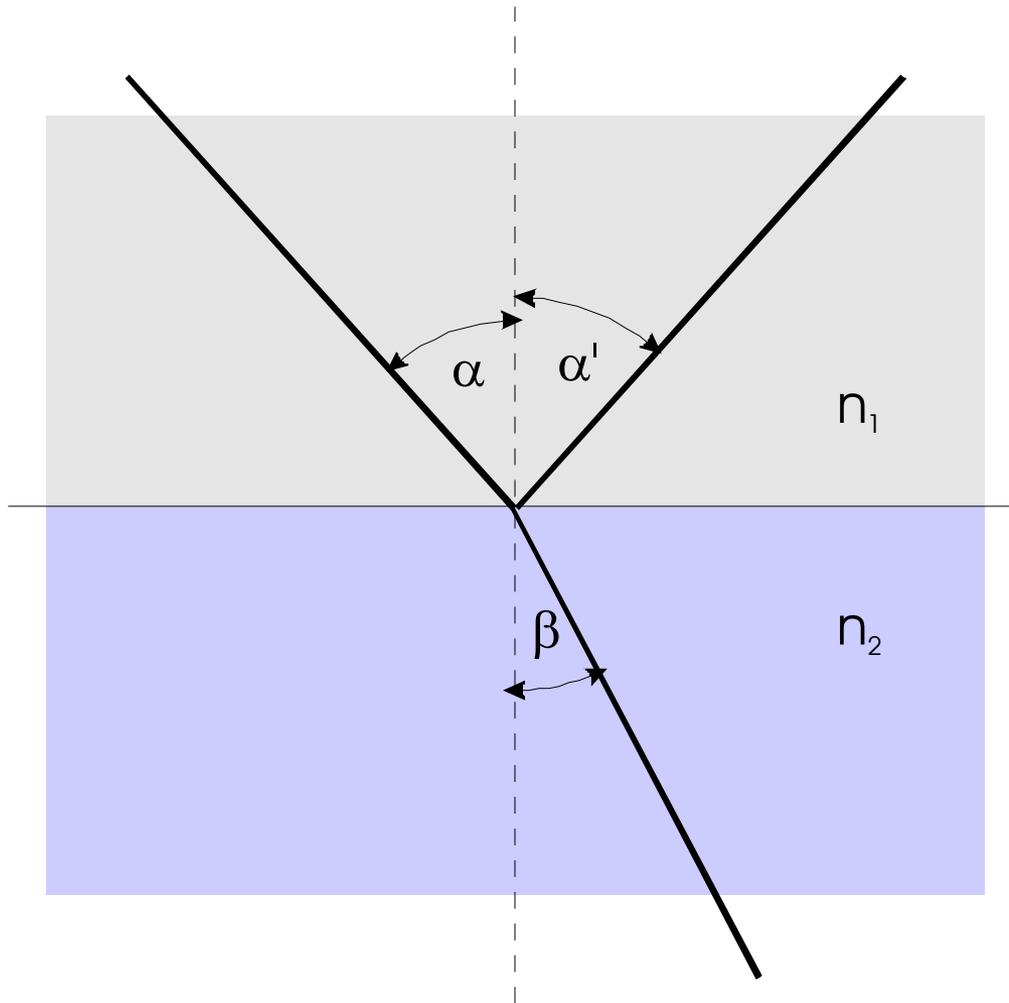
R ... Reflexion

A ... Absorption

S ... Streuung

In der geometrische Optik geht man weiters davon aus, daß der Brechungsindex n frequenzunabhängig ist.

Optik – Grenzflächen



Reflexion:

$$\alpha = \alpha'$$

Brechung:

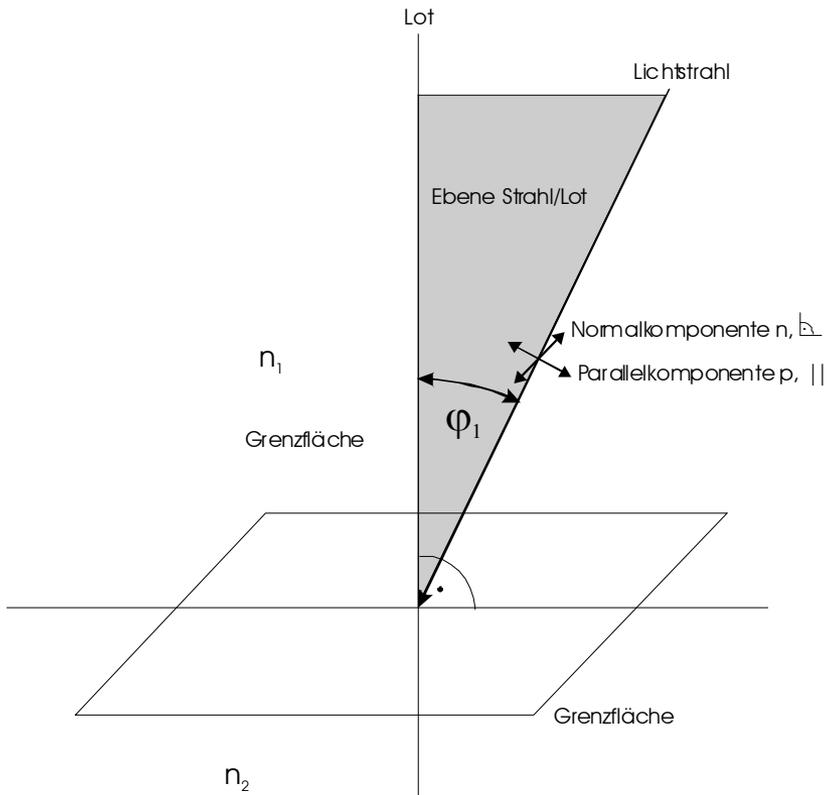
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Wellenlänge:

$$\lambda_i = \frac{\lambda_{\text{vak}}}{n_i}$$

Fresnel'sche Formeln

Allgemeinste Beschreibung
des Durchtrittes eines
Lichtstrahles (ebene EM Welle)
durch eine Grenzfläche



Reflexion:

$$r_k^p = \frac{n_{k-1} \cos \varphi_k - n_k \cos \varphi_{k-1}}{n_{k-1} \cos \varphi_k + n_k \cos \varphi_{k-1}}$$

$$r_k^n = \frac{n_{k-1} \cos \varphi_{k-1} - n_k \cos \varphi_k}{n_{k-1} \cos \varphi_{k-1} + n_k \cos \varphi_k}$$

Transmission:

$$t_k^p = \frac{2n_k \cos \varphi_k}{n_{k-1} \cos \varphi_k + n_k \cos \varphi_{k-1}}$$

$$t_k^n = \frac{2n_k \cos \varphi_k}{n_k \cos \varphi_k + n_{k-1} \cos \varphi_{k-1}}$$

Fresnel'sche Formeln: Vereinfachung

**2 Medien, Brechungsindizes n_1 , n_2 ,
senkrechter Einfall, d. h.: $\varphi_1 = \varphi_2 = 0^\circ$**

Reflexion:

$$r_k^p = r_k^n = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

Transmission:

$$t_k^p = t_k^n = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Optische Schichtdicke

Elektromagnetische Strahlung geht vom **Vakuum** in ein **Medium mit Brechungsindex n** über:

Frequenz ω :

$$\omega_n = \omega_{\text{Vak}}$$

Wellenlänge λ :

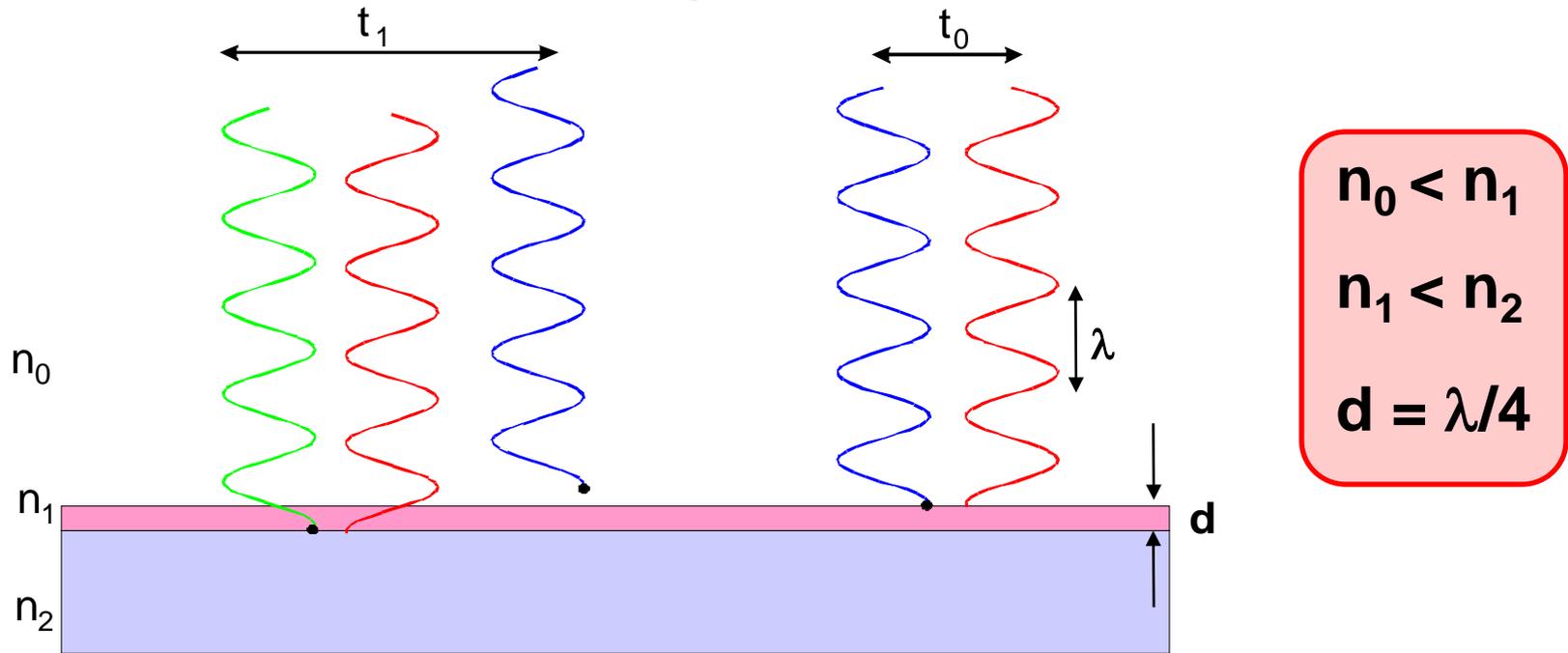
$$\lambda_n = \frac{\lambda_{\text{Vak}}}{n}$$

Wird eine Schichtdicke in Vielfachen der Wellenlänge gegeben, so ist λ_n **gemeint**. Diese Schichtdicke wird als "**optische Schichtdicke**", d_{opt} bezeichnet.

Es gilt:

$$d_{\text{Opt}} = n \cdot d$$

Reflexionsminderung: Einfachreflexion I



Amplituden der reflektierten Strahlung:

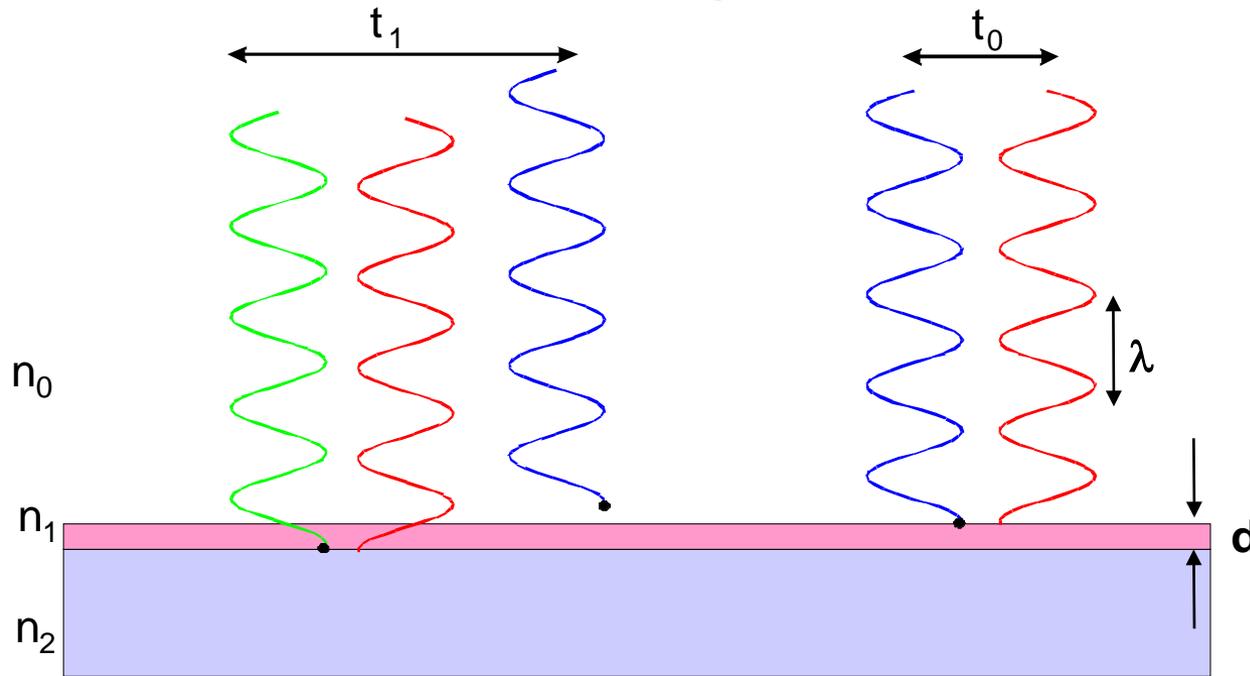
$$n_1 < n_2 : r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} < 0$$

$$n_1 > n_2 : r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} > 0$$

Phasensprung: π

Phasensprung: 0

Reflexionsminderung: Einfachreflexion II



$$n_0 < n_1$$

$$n_1 > n_2$$

$$d = \lambda/4$$

Intensitäten der reflektierten Strahlung:

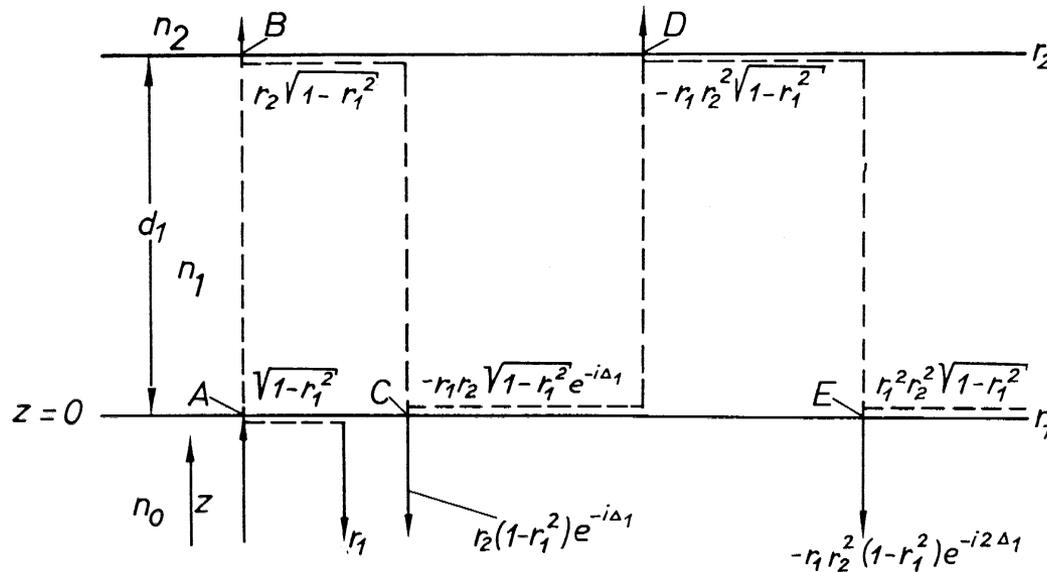
$$I_r^0 = \frac{(n_0 - n_1)^2}{(n_0 + n_1)^2} \quad I_r^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}$$

$$I_r^0 = I_r^2 \Rightarrow n_1 = \sqrt{n_0 \cdot n_2}$$

Amplitudenbedingung

Einfachschicht: Mehrfachreflexionen

Situationsskizze:



Summation der Teilstrahlen:

$$r = \frac{r_1 + r_2 e^{-i2\delta_1}}{1 + r_1 r_2 e^{-i2\delta_1}}$$

$$t = \frac{t_1 t_2 e^{-i2\delta_1}}{1 + r_1 r_2 e^{-i2\delta_1}}$$

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_1 \cdot d_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Dickenabhängige Phasenverschiebung der EM Welle nach dem Eindringen in die Schicht

Reelle Transmission und Reflexion

$$R = \frac{r_1^2 + 2r_1r_2 \cos 2\delta_1 + r_2^2}{1 + 2r_1r_2 \cos 2\delta_1 + r_1^2r_2^2}$$

$$T = \frac{n_0}{n_2} \frac{t_1^2 t_2^2}{1 + 2r_1r_2 \cos 2\delta_1 + r_1^2r_2^2}$$

$$r_{1,2} = \frac{r_{1,2}^p + r_{1,2}^t}{2}$$

$$t_{1,2} = \frac{t_{1,2}^p + t_{1,2}^t}{2}$$

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_1 \cdot d_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Amplituden- und Phasenbedingung

Eine Nullstelle in der Reflexion tritt dann auf, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$n_1 = \sqrt{n_0 n_2}$$

Amplitudenbedingung

$$\delta_1 = (2m - 1) \frac{\pi}{2}$$

Phasenbedingung

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Damit ergibt sich:

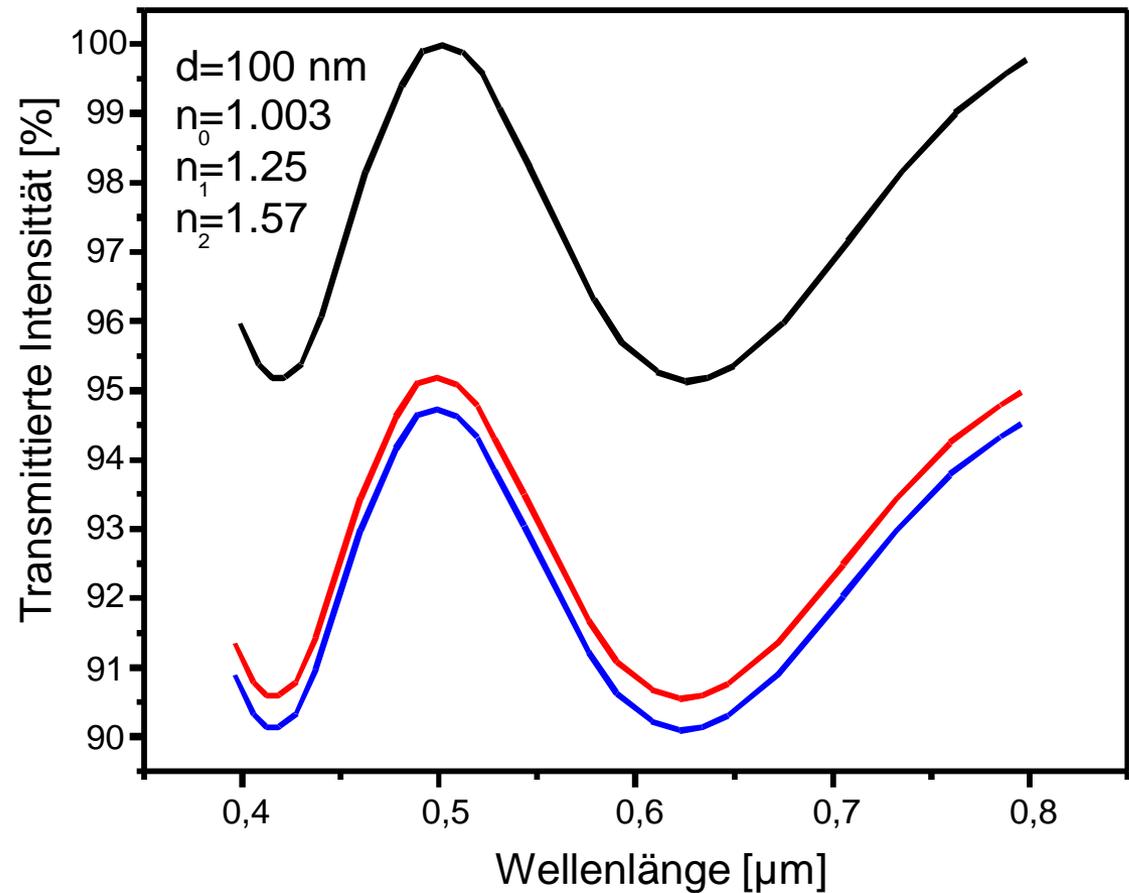
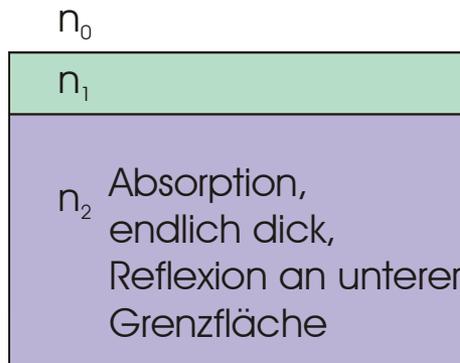
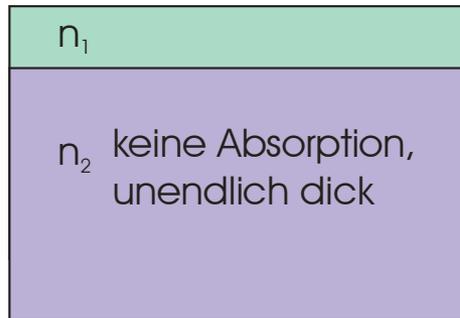
$$R_{\min} = \left(\frac{n_1^2 - n_0 n_2}{n_1^2 + n_0 n_2} \right)^2$$

$$\lambda_{\min} = \frac{4n_1 d_1}{2m - 1} \Rightarrow d_1^{\min} = \frac{2m - 1}{4n_1} \lambda$$

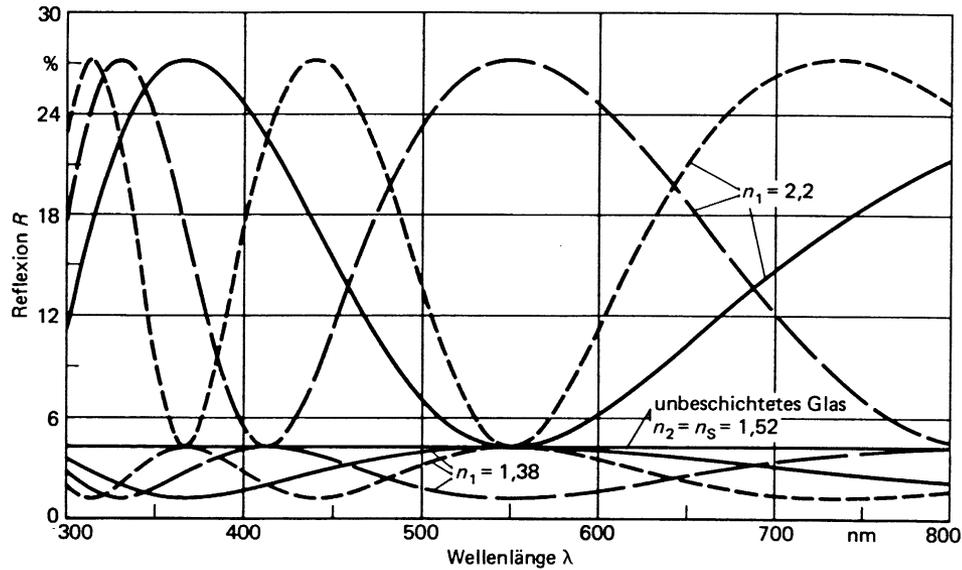
$$m = 1: d_1^{\min} = \frac{2 - 1}{4n_1} \lambda = \frac{1}{4n_1} \lambda$$

" $\lambda/4$ " - Schicht

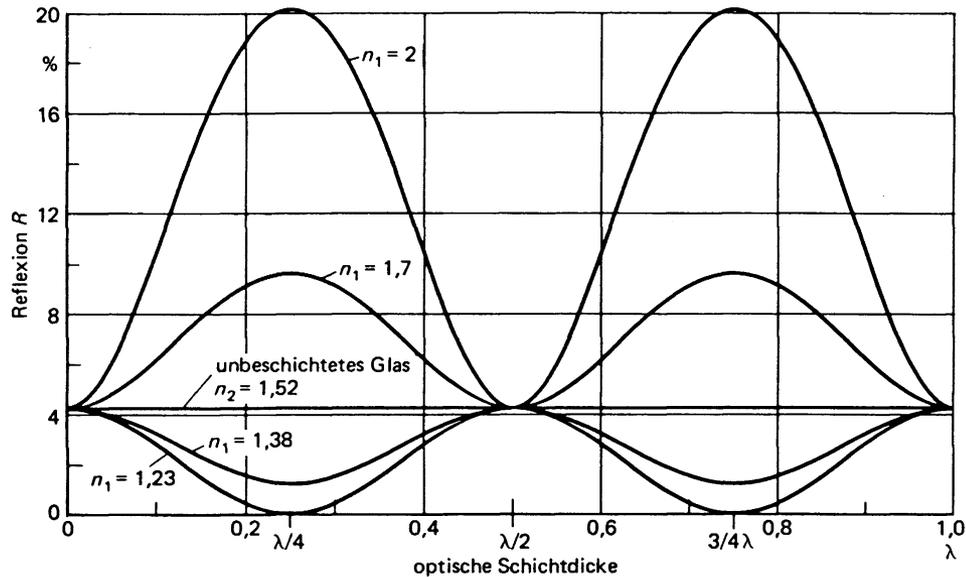
Ideales und reales Einschichtsystem



Einschichtsysteme - generell



Reflexion/Wellenlänge



Reflexion/Schichtdicke

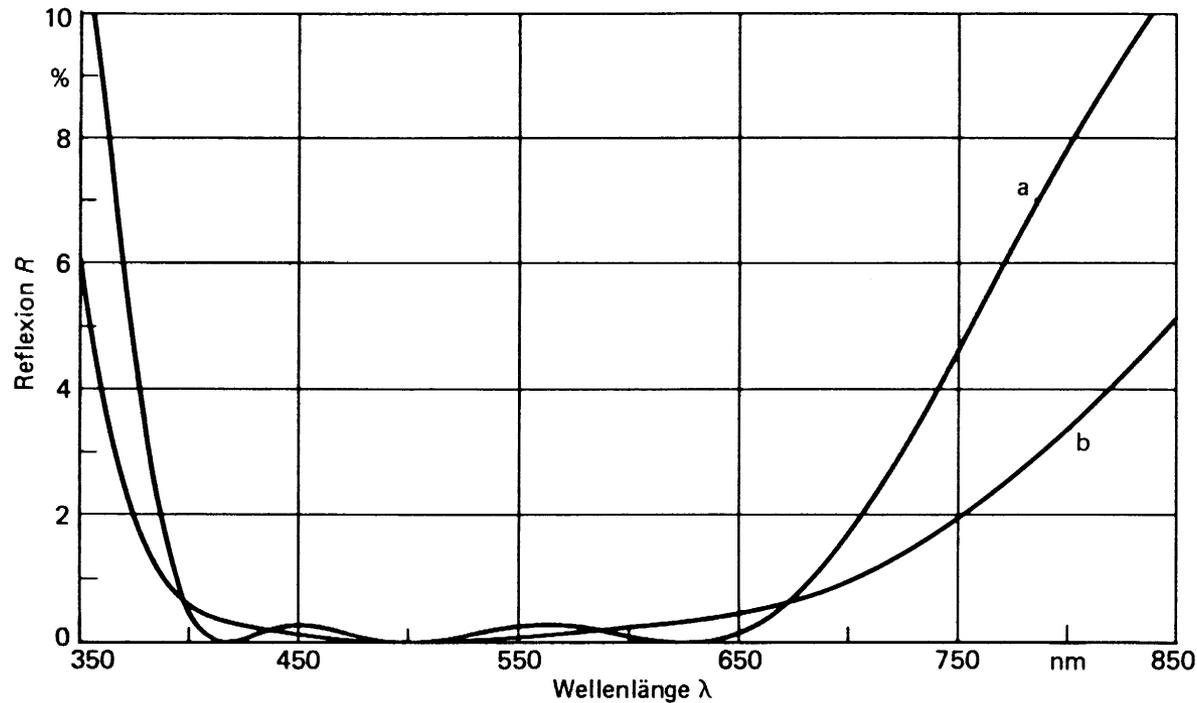
Mehrschichtsysteme - Reflexionsminderung

Einfachschichten erlauben keine Reflexionsminderung in einem breiten Wellenlängenbereich.

→ Anwendung von Mehrschichtsystemen

Mit Hilfe von Mehrschichtsystemen lassen sich auch auf Substraten geringer Brechzahl (1,5-1,7) in weiten Wellenlängenbereichen reflexionsmindernde Beschichtungen realisieren.

Mehrschichtsysteme - Beispiel



a) $\lambda/4 - \lambda/2 - 3\lambda/4$

$$n_0 = 1$$

b) $\lambda/4 - \lambda/2 - \lambda/4$

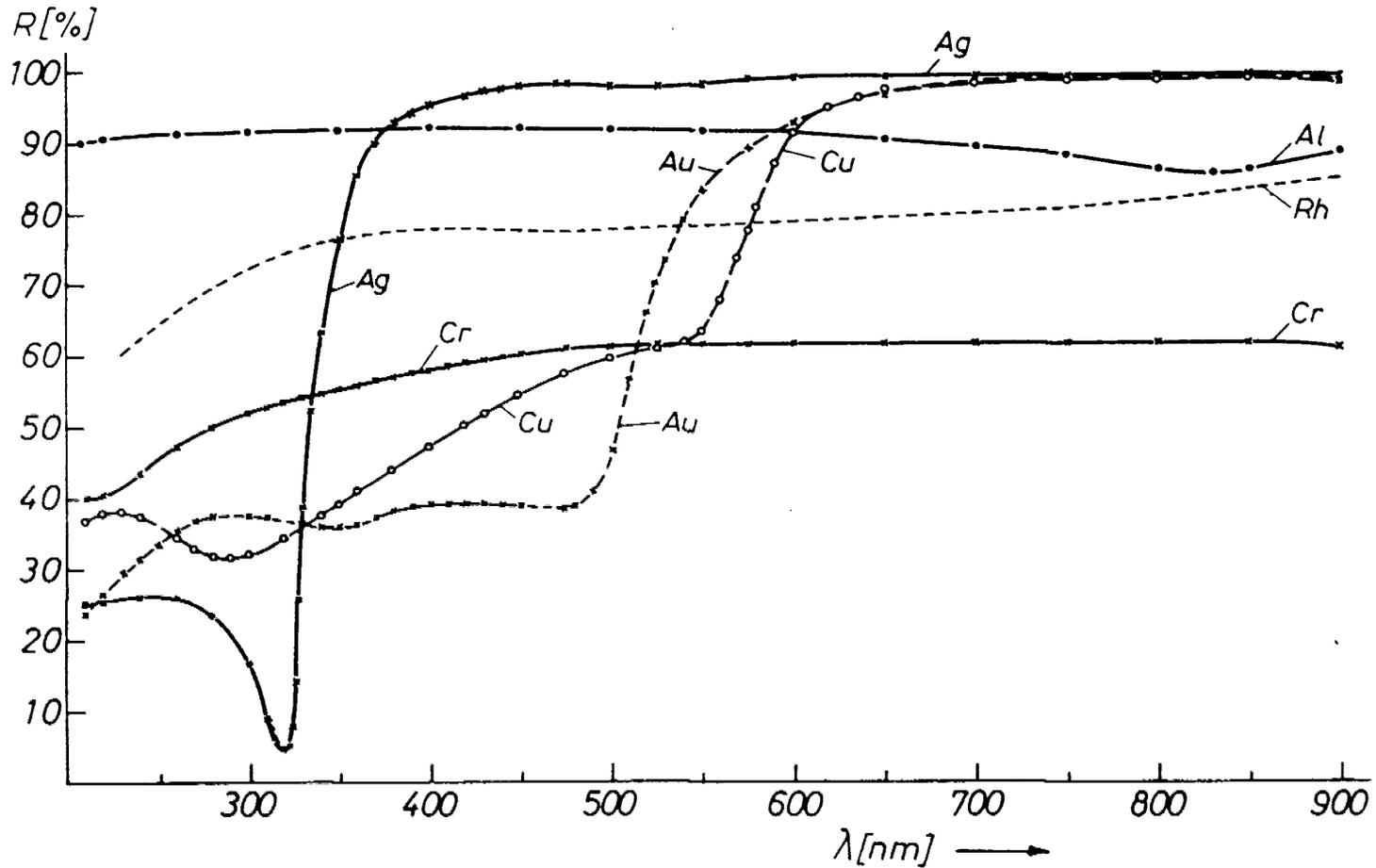
$$n_1 = 1.38$$

$$n_2 = 2.1$$

$$n_3 = 1.7$$

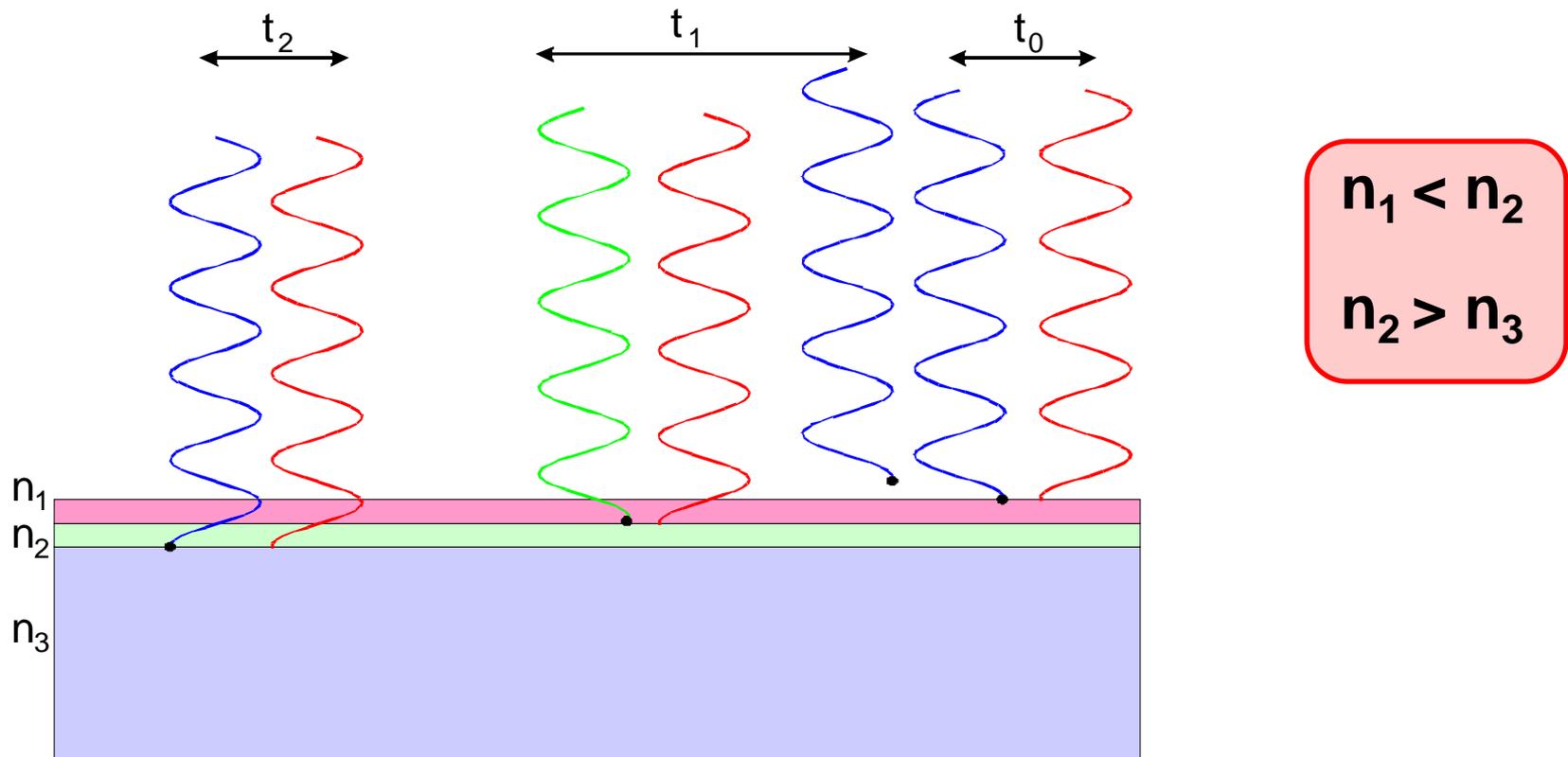
$$n_4 = 1.52$$

Reflexionserhöhung: Metallschichten



Reflexionserhöhung: dielektrische Spiegel I

System aus hochbrechender und niedrigbrechender $\lambda/4$ -Schicht:



Reflexionserhöhung: dielektrische Spiegel II

Als dielektrischer Spiegel wird eine Mehrschicht (Multilayer) aus hochbrechenden (H) und niedrigbrechenden (L) $\lambda/4$ -Schichten bezeichnet.

Anzahl der Schichten	Reflexion in %	
	$n_L = 1,38$ $n_H = 2,3$ $n_s = 1,51$	$n_L = 1,47$ $n_H = 2,3$ $n_s = 1,51$
3	53,89	53,23
5	85,20	80,84
7	94,67	92,15
9	98,08	96,79
11	99,31	98,68
13	99,75	99,46
15	99,91	99,78
17	99,97	99,91
19	99,99	99,63

Weitere optische Elemente

Aus den bisher besprochenen Dünnschichtsystemen lassen sich nahezu beliebige Filtersysteme herstellen.

Als Bauelemente dienen dabei:

- + Reflexionsmindernde Schichten**
- + Interferenzschichten**
- + Metallspiegel**
- + Dielektrische Spiegel**
- + Nanocluster (Farbzentren und Pigmente)**

Damit lässt sich eine umfassende Anzahl optischer Systeme realisieren.